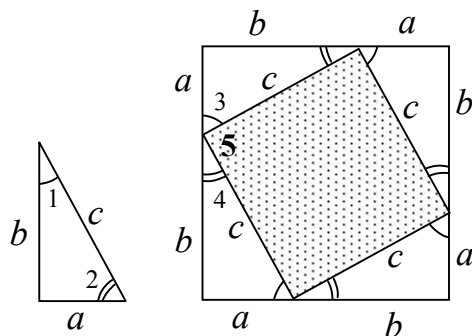


**Теорема Пифагора**

**Теорема.** В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



**Дано:** прямоугольный треугольник,  
 $a, b$  – катеты,  
 $c$  – гипотенуза.

**Доказать:**  $a^2 + b^2 = c^2$ .

**Доказательство**

Достроим треугольник до квадрата со стороной  $a + b$  так, как показано на рисунке.

Площадь  $S$  этого квадрата равна  $(a + b)^2$ .

С другой стороны квадрат составлен из четырёх равных прямоугольных треугольников и квадрата со стороной  $c$ .

Докажем, что этот четырёхугольник, действительно, является квадратом.

По построению в четырёхугольнике все стороны равны  $c$ , поэтому по признаку параллелограмма он – параллелограмм.

Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ , то  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ . По построению  $\angle 3$  и  $\angle 4$  соответственно равны  $\angle 1$  и  $\angle 2$ , значит,  $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ .  $\angle 3, \angle 4$  и  $\angle 5$  образуют развёрнутый угол, поэтому  $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ , следовательно,  $\angle 5 = 90^\circ$ .

Получили, что в параллелограмме один из углов прямой, поэтому по признаку прямоугольника он – прямоугольник, а так как в прямоугольнике все стороны равны, то он является квадратом.

Итак, площадь получившегося квадрата равна сумме площадей четырёх прямоугольных треугольников, площадь каж-

дого из которых равна  $\frac{1}{2}ab$ , и площади квадрата со стороной  $c$ , которая равна  $c^2$ .

Следовательно,  $S = 4 \cdot \frac{1}{2}ab + c^2 = 2ab + c^2$ .

Таким образом,  $S = (a + b)^2$  и  $S = 2ab + c^2$ , отсюда,

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2,$$

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

**Итак,** в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

**Ч.т.д.**

**Замечание.** В настоящее время насчитывается более ста различных доказательств теоремы Пифагора, поэтому она даже попала в Книгу рекордов Гиннеса. Однако принципиально различных идей в этих доказательствах используется сравнительно немного.